

Exercice n°1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

- 1- Soit la fonction f définie sur \mathbb{R}^* par $f(x) = \frac{1}{x} \ln \left(\frac{e^x - 1}{x} \right)$, le centre de symétrie de (C) représentation graphique de f selon un repère cartésien est :

a : I(0,1)

b : J(1,1)

c : K(0, $\frac{1}{2}$)

- 2- Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard n fois de suite (avec $n \geq 2$)
Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas de la même couleur :

a : $1 - \frac{1}{2^n}$

b : $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

c : $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

- 3- La durée de vie, exprimée en année, d'une machine soit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0.4$
La probabilité qu'une machine soit encore en état de marche après 6 années est :

a : $e^{-2.4}$

b : $1 - e^{-2.4}$

c : $1 + e^{-2.4}$

Exercice n°2 : (6 points)

Une boîte B_1 contient 3 jetons numérotés : 0, 0, 2

Une boîte B_2 contient 4 jetons numérotés : 1, 1, 3, 4

- 1- On tire au hasard un jeton de chaque boîte et on désigne par X l'aléa numérique qui prend pour valeur le produit des nombres inscrit sur les deux jetons tirés.
Déterminer la loi de probabilité de X .
- 2- On effectue trois fois le tirage décrit à la question précédente, chaque jeton étant remis dans sa boîte après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir :
- a/ Exactement deux fois un produit supérieur à 4 ?
b/ Au plus une fois un produit supérieur à 4 ?

- 3- Une épreuve consiste à faire des tirages d'un jeton de la boîte B_1 , en remettant chaque fois le jeton tiré.
 On désigne par P_n la probabilité de l'événement :
 « Obtenir le jeton numéroté 2 au nième tirage pour la première fois »
 Calculer P_1, P_2, P_3 et puis P_n .

Exercice n°3 :(5points)

Le tableau suivant indique l'évolution de la consommation d'énergie électrique dans un pays au cours de 8 années successive :

X=années	1	2	3	4	5	6	7	8
Y=consommation (en Twh)	20	40	55	75	95	120	160	190

- 1- Représenter le nuage de points de la série double (X,Y) dans le repère orthogonal de plan.
 a/ calculer le coefficient r , de corrélation linéaire du couple (X,Y).
 b/ déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite D de régression de Y en X et construire D.
- 2- On suppose que la relation entre X et Y est de type exponentiel : $Y = K.e^{ax}$ et on pose $V = \ln(Y)$
 a/ Représenter le nuage de points de la série double (X,V) dans un repère orthogonal du plan
 b/ Calculer le coefficient r_2 de corrélation linéaire du couple (X,V).
 c/ En déduire qu'il y'a une forte corrélation linéaire entre V et X puis construire la droite Δ de régression de V en X
 d/ En écrivant $V = a.X+b$ où $b=\ln(K)$, trouver alors les réels a et b et donner Y en fonction de X.

Exercice n°4 :(6points)

A) Lecture graphique :

Soit la fonction f définie sur $] -1, +\infty[$ par $f(x) = a + x \ln(b + x)$.

(C) La courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) .

- 1- Donner $f(0)$, $f'(0)$, $\lim_{-1^+} f(x)$ et $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$.
- 2- En déduire les valeurs de a et b.
- 3- Dresser le tableau de variation de f.

B) Dans cette partie on admet que : $a=1$ et $b=1$.

Soit g la restriction sur $[0, +\infty[$.

1- a/ Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

b/ Etudier la dérivabilité de g^{-1} à la droite de 1.

Interpréter graphiquement le résultat.

c/ Construire la courbe (C') représentative de g^{-1} dans le même repère (O, \vec{u}, \vec{v})

2- soit $I = \int_0^1 x \ln(1+x) dx$

a/ Interpréter graphiquement I .

b/ Vérifier que $\forall x \in [0, 1]$, on a : $\frac{x^2}{1+x} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$.

c/ Calculer, à l'aide d'une intégration par partie I .

3- soit B l'aire de la partie du plan limitée par (C') , l'axe des ordonnées et les droites d'équations respectives $x=1$ et $x=1+\ln(2)$

a/ Calculer $g(1)$

b/ Construire B sur la graphe

c/ Calculer B

Bonne chance
Bonne chance

Feuille à rendre avec la copie

