

Exercice n°1 : (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses est exacte.

L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

- 1- Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{1}{x} \ln \left( \frac{e^x - 1}{x} \right)$ , le centre de symétrie de (C) représentation graphique de  $f$  selon un repère cartésien est :

a : I(0,1)

b : J(1,1)

c : K(0,  $\frac{1}{2}$ )

- 2- Une urne contient 5 boules blanches et 5 boules noires. On tire, avec remise, une boule au hasard  $n$  fois de suite (avec  $n \geq 2$ )  
Quelle est la probabilité d'obtenir des boules qui ne soient pas de la même couleur :

a :  $1 - \frac{1}{2^n}$

b :  $1 - \frac{1}{2^{n-1}}$

c :  $1 - \frac{1}{2^{2n}}$

- 3- La durée de vie, exprimée en année, d'une machine soit une loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0.4$   
La probabilité qu'une machine soit encore en état de marche après 6 années est :

a :  $e^{-2.4}$

b :  $1 - e^{-2.4}$

c :  $1 + e^{-2.4}$

Exercice n°2 : (6 points)

Une boîte  $B_1$  contient 3 jetons numérotés : 0, 0, 2

Une boîte  $B_2$  contient 4 jetons numérotés : 1, 1, 3, 4

- 1- On tire au hasard un jeton de chaque boîte et on désigne par  $X$  l'aléa numérique qui prend pour valeur le produit des nombres inscrit sur les deux jetons tirés.  
Déterminer la loi de probabilité de  $X$ .
- 2- On effectue trois fois le tirage décrit à la question précédente, chaque jeton étant remis dans sa boîte après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir :
- a/ Exactement deux fois un produit supérieur à 4 ?
- b/ Au plus une fois un produit supérieur à 4 ?

- 3- Une épreuve consiste à faire des tirages d'un jeton de la boîte  $B_1$ , en remettant chaque fois le jeton tiré.  
 On désigne par  $P_n$  la probabilité de l'événement :  
 « Obtenir le jeton numéroté 2 au nième tirage pour la première fois »  
 Calculer  $P_1, P_2, P_3$  et puis  $P_n$ .

**Exercice n°3 :**(5points)

Le tableau suivant indique l'évolution de la consommation d'énergie électrique dans un pays au cours de 8 années successive :

X=années	1	2	3	4	5	6	7	8
Y=consommation (en Twh)	20	40	55	75	95	120	160	190

- 1- Représenter le nuage de points de la série double (X,Y) dans le repère orthogonal de plan.  
 a/ calculer le coefficient  $r$ , de corrélation linéaire du couple (X,Y).  
 b/ déterminer par la méthode des moindres carrés une équation de la droite D de régression de Y en X et construire D.
- 2- On suppose que la relation entre X et Y est de type exponentiel :  $Y = K.e^{ax}$  et on pose  $V = \ln(Y)$   
 a/ Représenter le nuage de points de la série double (X,V) dans un repère orthogonal du plan  
 b/ Calculer le coefficient  $r_2$  de corrélation linéaire du couple (X,V).  
 c/ En déduire qu'il y'a une forte corrélation linéaire entre V et X puis construire la droite  $\Delta$  de régression de V en X  
 d/ En écrivant  $V = a.X+b$  où  $b=\ln(K)$ , trouver alors les réels a et b et donner Y en fonction de X.

**Exercice n°4 :**(6points)

A) Lecture graphique :

Soit la fonction f définie sur  $] -1, +\infty[$  par  $f(x) = a + x \ln(b + x)$ .

(C) La courbe représentative de f dans un repère orthonormé  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ .

- 1- Donner  $f(0)$ ,  $f'(0)$ ,  $\lim_{-1^+} f(x)$  et  $\lim_{+\infty} \frac{f(x)}{x}$ .
- 2- En déduire les valeurs de a et b.
- 3- Dresser le tableau de variation de f.

B) Dans cette partie on admet que :  $a=1$  et  $b=1$ .

Soit  $g$  la restriction sur  $[0, +\infty[$ .

1- a/ Montrer que  $g$  réalise une bijection de  $[0, +\infty[$  sur un intervalle  $J$  que l'on déterminera.

b/ Etudier la dérivabilité de  $g^{-1}$  à la droite de 1.

Interpréter graphiquement le résultat.

c/ Construire la courbe  $(C')$  représentative de  $g^{-1}$  dans le même repère  $(O, \vec{u}, \vec{v})$

2- soit  $I = \int_0^1 x \ln(1+x) dx$

a/ Interpréter graphiquement  $I$ .

b/ Vérifier que  $\forall x \in [0, 1]$ , on a :  $\frac{x^2}{1+x} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ .

c/ Calculer, à l'aide d'une intégration par partie  $I$ .

3- soit  $B$  l'aire de la partie du plan limitée par  $(C')$ , l'axe des ordonnées et les droites d'équations respectives  $x=1$  et  $x=1+\ln(2)$

a/ Calculer  $g(1)$

b/ Construire  $B$  sur la graphe

c/ Calculer  $B$

Bonne chance  
Bonne chance

## Feuille à rendre avec la copie

